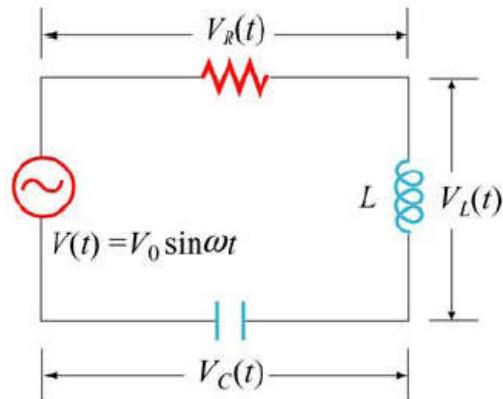




Redno  $RLC$  kolo pobuđeno sinusnim naponom

Posmatrajmo sada kompletno  $RLC$  kolo, u kome su pojedinačni elementi redno priključeno na izvor sinusnog naizmeničnog napona (slika 1).



Slika 1. Redno  $RLC$  kolo sa naizmeničnim napajanjem.

Zbog sinusne pobude sistema biramo sinusno rešenje diferencijalne jednačine promene količine naelektrisanja u posmatranom kolu, u obliku:

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \phi), \quad (1)$$

amplituda i faza količine naelektrisanja su date izrazima:

$$Q_0 = \frac{U_0}{\omega \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

gde je induktivna otpornost (induktansa) sistema izražena kao  $X_L = \omega L$ , a kapacitivna otpornost (kapacitansa) kao  $X_C = 1/\omega C$ .

Trenutne vrednosti napona na pojedinim elementima mogu se predstaviti u sledećem obliku:

$$U_R(t) = I_0 R \sin \omega t = U_{R0} \sin \omega t$$

$$U_L(t) = I_0 X_L \sin \omega t \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_{L0} \cos \omega t$$

$$U_C(t) = I_0 X_C \sin \omega t \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -U_{C0} \cos \omega t$$

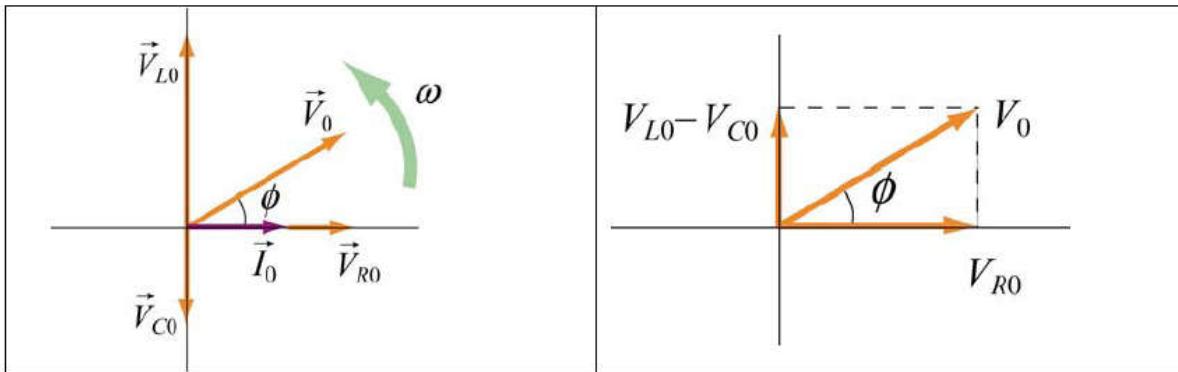
Suma tri prethodna napona je u datom trenutku vremena jednaka naponu koji daje spoljašnji izvor:

$$U(t) = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) \quad (3)$$

Koristeći fazorsku reprezentaciju, prethodni izraz može biti napisan u obliku:

$$\vec{U}_0 = \vec{U}_{R0} + \vec{U}_{L0} + \vec{U}_{C0}, \quad (4)$$

kao što je prikazano na slici 2. Sa dijagrama vidimo da fazor struje  $\vec{I}_0$  prethodi fazoru  $\vec{U}_{C0}$  napona na kondenzatoru za  $\pi/2$ , a da kasni za fazorom  $\vec{U}_{L0}$  napona na zavojnici za  $\pi/2$ . Tri fazora napona rotiraju suprotno kazaljki na časovniku kako vreme protiče, ali zadržavaju međusobne relativne položaje.



Slika 2. (a) Fazorski dijagram za serijsko RLC kolo. (b) odnosi između napona.

Na osnovu slike 2(b) sledi da je:

$$\begin{aligned} U_0 &= |\vec{U}_0| = |\vec{U}_{R0} + \vec{U}_{L0} + \vec{U}_{C0}| = \sqrt{U_{R0}^2 + (U_{L0} - U_{C0})^2} \\ &= I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

U rednom RLC kolu, ukupna efektivna otpornost se naziva impedansom, koja se definiše kao:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (5)$$

Struja u kolu se korišćenjem impedanse Z može izraziti kao:

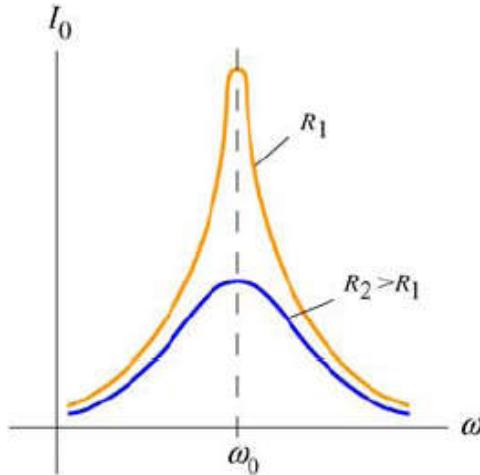
$$I(t) = \frac{U_0}{Z} \sin(\omega t + \phi). \quad (6)$$

### Rezonancija u rednom RLC kolu

Na osnovu jednačine (6) sledi da će amplitudu struje u kolu  $I_0 = U_0/Z$  dostići maksimum kada je vrednost impedanse  $Z$  minimalna. Taj slučaj će nastupiti kada je  $X_L = X_C$ , ili pri  $\omega L = 1/\omega C$  odakle se dobija izraz za sopstvenu (rezonantnu) frekvenciju kola:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (7)$$

Fenomen pri kome  $I_0$  dostiže maksimum u rednom RLC kolu se naziva rezonancija, a frekvencija  $\omega_0$  se naziva rezonantnom ili sopstvenom frekvcijom. Pri rezonanciji, impedanša postaje jednaka termogenoj otpornosti  $Z=R$ , amplituda struje postaje maksimalna  $I_0 = U_0/R$ , a fazna razlika između struje i ukupnog napona u kolu je jednaka nuli,  $\phi = 0$ .



Slika 3. Amplituda struje u funkciji frekvencije primjenjenog napona za redno RLC kolo.

## Snimanje rezonantnih krivih

Sistem za snimanje rezonantnih krivih RLC kola se sastoji iz:

- generatora sinusnih naponskih impulsa promenljive frekvencije i amplitude
- analognog osciloskopa
- dekadne kutije sa promenljivim vrednostima otpora (meri se pri  $R=330\Omega$ )
- dekadne kutije sa promenljivim kapacitetima, podesiti vrednost  $C=220\text{ nF}$
- zavojnice induktivnosti  $L=47\text{ mH}$

Postupak merenja: Povezati redno RLC kolo i priključiti ga na generator signala. Sondu digitalnog osciloskopa povezati da meri pad napona na otporniku R. Vremensku bazu tako izabrati da se na ekranu osciloskopa vide nekoliko punih oscilacija napona. Za vrednosti frekvencija datih u tabeli 3, izmeriti amplitude napona na termogenom otporniku. Deljenjem tih vrednosti sa R, odrediti vrednosti  $I_0$  i nacrtati grafik zavisnosti  $I_0(\omega)$ . Na grafik naneti i vrednost sopstvene frekvencije kola, izračunate na osnovu izraza (7). Diskutovati oblik zavisnosti na grafiku (leva i desna grana zavisnosti!).

$\nu[kHz]$	$R=210\Omega$		$R=330\Omega$	
	$U_{R0}[V]$	$I_0[mA]$	$U_{R0}[V]$	$I_0[mA]$
800				
900				
1000				
1100				
1200				
1300				
1400				
1500				
1600				
1700				
1800				

1900				
2000				
2100				
2200				
2300				
2400				
2500				

Tabela 1.