



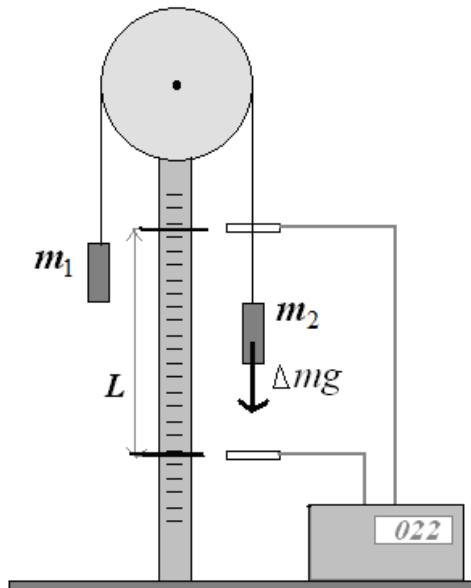
Анализа убрзаног кретања система, Атвудова машина

Овај оглед (користи се апаратура која из историјских разлога носи назив Атвудова машина) је осмишљен у време када није било прецизних сензора за мерење времена и представља добар покушај да се вертикално кретање наниже успори до мере да се може лако пратити и мерити време мање прецизним хронометрима. Резултатима мерења на овој апаратури се може лепо приказати важење закона убрзања.

Апаратура се састоји од точка који треба да има што је могуће мању масу и мање трење у осовини (па се обично ту налази куглични лежај). Преко точка је окачена неистегљива (али добро савитљива) нит на чијим су крајевима окачени тегови. Ово је приказано на слици 3.1.

Кретање се реализује тако што разлика у масама тегова помножена са гравитационим убрзањем даје некомпензовану силу:

$$F = \Delta m \cdot g = (m_2 - m_1) \cdot g$$



Слика 3.1. Атвудова „машина“.

Оглед се изводи тако што се најпре измере масе тегова m_1 и m_2 , одреди се растојање L између два сензора хронометра (старт и стоп) на вертикалном носачу.

Тегови се поставе у почетни положај тако да је тег веће масе непосредно изнад „старт“ сензора. Хронометар се ресетује и тегови ослободе. Почине убрзано кретање без почетне брзине. Тегови пређу задано растојање L за неко време t .

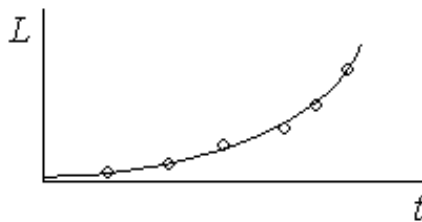
Како се у експерименту растојање L може мењати (повећавати у датим оквирима), то ће се и измерено време повећавати. Измерене вредности се уносе у табелу облика:

Бр. мерења	L	t	t^2
1			
2			
...			

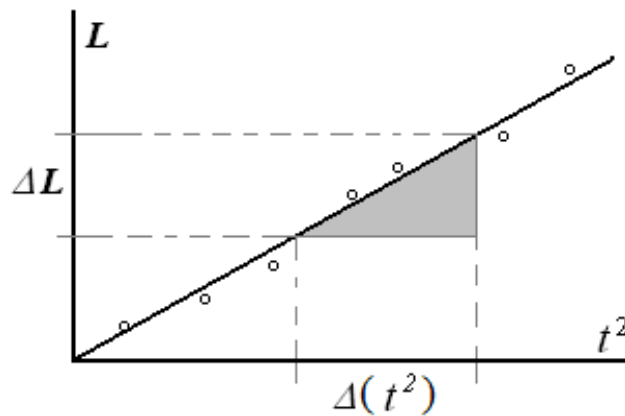
Цео систем ($m_1 + m_2$) биће покренут са неким константним убрзањем a , и прећи ће растојање L за време t . За ово кретање које је једнако убрзано без почетне брзине, важи релација $L = \frac{1}{2}at^2$.

Ако је у овом огледу тренутак ослобађања тегова узет на основу процене почетног положаја тегова (тегови се ослобађају „из руке“), потребно је да се за свако растојање изведе већи број мерења времена а да се затим израчуна његова средња вредност као највероватнија. (Имајући у виду потребу да се мерење врши при кретању без почетне брзине, ослобађање тегова се може другачијим подешавањем апаратуре довести у директну везу са стартовањем хронометра.)

На основу измерених вредности могу се формирати графички прикази зависности: $L = f(t)$, као и $L = f(t^2)$.



Слика 3.2. Очекивани облик зависности $L = f(t)$



Слика 3.3. Очекивани облик зависности $L = f(t^2)$.

Из физичке законитости следи да ће први график (приказан на слици 3.2.) показивати квадратну зависност док је други линеаран (слика 3.3.) па се из њега, одређивањем коефицијента правца, може одредити убрзање система:

$$a = \frac{2\Delta L}{\Delta(t^2)}.$$

***Одређивање убрзања силе Земљине теже**

Резултати претходно описаног огледа се могу употребити да се одреди убрзање Земљине теже. Након што је одређено убрзање система, може се саставити једначина кретања која описује убрзање система ($F = a \cdot m$). Покретачка сила је тежина претега $F = \Delta mg$.

Након увођења израза којим се одређује убрзање система, следи:

$$(m_2 - m_1) \cdot g = \frac{2L}{t^2} \cdot (m_1 + m_2),$$

одакле је тражена вредност:

$$g = \frac{2L}{t^2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}.$$

Све потребне вредности су измерене (треба их изразити у SI). Мерење времена се, за свако одабрано растојање врши 3, 5 или више пута и код даљег израчунавања користи се његова средња вредност.

3.2. Закон о одржању енергије у механички изолованом систему

Сила Δmg која делује на систем тегова и убрзава га са неким убрзањем a ($a < g$), истовремено производи ротацију точка око кога је обмотана везивна нит. Точак је на почетку кретања био непокретан па ће тако он убрзавати ротацију до неке коначне угаоне брзине коју ће имати на крају посматраног кретања.

У посматраном случају је укупна енергија система на самом почетку кретања једнака потенцијалној енергији претега: $E_{\text{пот}} = \Delta mgL$. На крају процеса ова потенцијална енергија ишчезава а настају: кинетичка енергија два теге који линеарно убрзавају:

$$E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v^2$$

и кинетичка енергија ротације точка: $E_{k,2} = \frac{1}{2}I\omega^2$.

Изједначавање ових енергија доводи до једначине из које се одређује убрзање Земљине теже:

$$g = \frac{1}{2\Delta mL} \left[(m_1 + m_2)v^2 + I \frac{v^2}{R^2} \right].$$

Момент инерције точка се одређује према обрасцу: $I = \frac{1}{2}m_T R^2$, где је са m_T означена његова маса. Након овога претходни израз постаје:

$$g = \frac{v^2}{2\Delta mL} \left[(m_1 + m_2) + \frac{m_T}{2} \right].$$

Коначна брзина је $v = at$, док је пређено растојање L према закону кретања са константним убрзањем a без почетне брзине: $L = at^2/2$. Заменом у претходни израз и након сређивања израз којим се израчунава убрзање силе Земљине теже гласи:

$$g = \frac{2L}{t^2} \frac{1}{m_2 - m_1} \left(m_1 + m_2 + \frac{m_T}{2} \right).$$

На крају треба проценити грешку мерења на основу грешака мерења маса, дужина и времена.

Сматраћемо да је у овом случају доминантна грешка мерења маса тегова. Такође је грешка у одређивању разлике маса значајнија него у случају збира маса. Грешка мерења времена може бити значајна пошто се време јавља као квадратна функција. Следи да је релативна грешка одређена као:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta m}{m_2 - m_1} + \frac{2\Delta t}{t}.$$

У последњем изразу је употребљена вредност убрзања g која је израчуната на основу измерених вредности ако је извршено само јено мерење или ће то бити средња вредност убрзања \bar{g} ако је мерење поновљено неколико пута и након тога одређена његова средња вредност.

3.3 Одређивање тренутне брзине

Крећући се једнако убрзаним кретањем телу се непрекидно повећава брзина за једнаке износе у јединици времена а према познатом закону: $\bar{v} = \bar{a}t$.

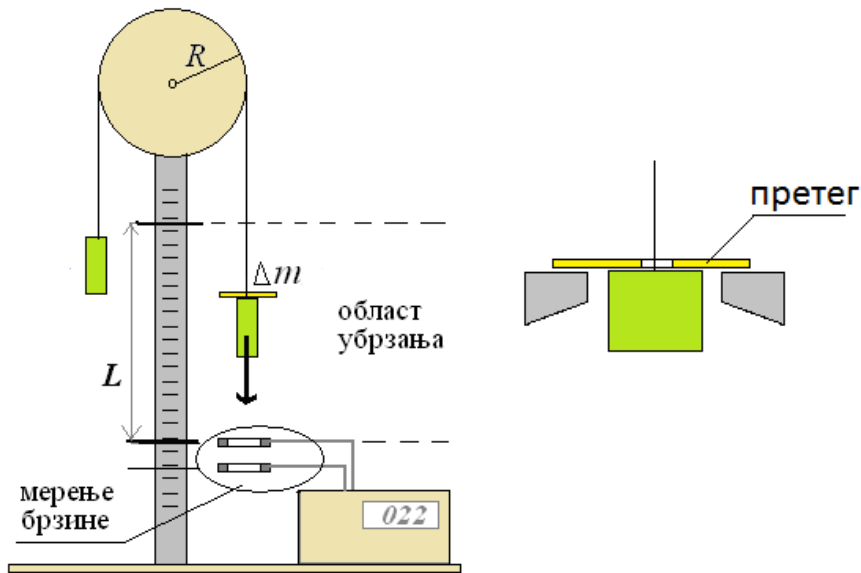
Што дуже сила делује на тело, биће већа и брзина тела. Ово се може проверити у једноставном огледу који се може извести на измењеној конфигурацији Атвудове машине. У овом случају су потребне три референтне тачке на лењиру, односно три платформе од којих прва, највиша служи као стартна позиција при кретању тегова а друге две за монтажу сензора хронометра

У овом случају је потребно да су два тега једнаких маса што се постиже њиховим балансирањем на техничкој ваги пре мерења. Потребно је да ова два тега окачена на котур Атвудове машине не производе никакво покретање система (силе су уравнотежене).

За покретање система се користи посебно израђен претег чије су димензије такве да се може ставити на врх једног тега а да притом његове бочне стране превазилазе димензије тега. Ово је приказано на слици 3. Идеја је да кроз отвор са сензорима на апаратури тег може да прође али не и претег.

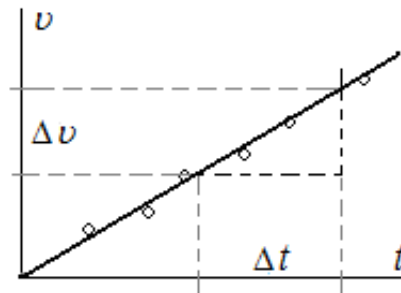
Одвајање претега у неком тренутку ће значити да престаје деловање покретачке силе а тегови ће наставити даље да се крећу по инерцији константном брзином коју су стекли на крају периода убрзаног кретања.

Ова се брзина може једноставно одредити пошто се на апаратури монтирају два блиска сензора којима се може измерити време за које тегови пређу задано растојање. Познавајући ово растојање и протекло време одређује се брзина тегова када се они крећу по инерцији.



Слика 3.4. Конфигурација за мерење промене тренутне брзине. Десно, детаљ који омогућава контролисано одвајање претега.

Поступак мерења треба да се понови за више разних вредности растојања L на којима делује покретачка сила. Тегови ће након што су убрзавани на дужем путу и дуже време стећи и коначну већу брзину. Ово треба проверити у експерименту. Измерене вредности је најефикасније унети у припремљену табелу. У њу се уносе и израчунате вредности тренутне брзине. На основу ових података се може графички приказати зависност брзине од протеклог времена у коме је деловала сила. Очекивана зависност је приказана на слици



Слика 3.5. Зависност тренутне брзине од времена деловања силе.

Нагиб праве којом се описује ова зависност, одређује убрзање система: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.