ЦРТИЦЕ ИЗ СФЕРНЕ АСТРОНОМИЈЕ ЗА ПОЧЕТНИКЕ

Александар Оташевић
Астрономско друштво „Руђер Бошковић”, Београд; e-mail: al.otasevic@gmail.com

ПРИВИДНИ ПОЛОЖАЈ НЕБЕСКОГ ТЕЛА

Часовна мера угла

У астрономији се често користи тзв. часовна мера угла, у којој се вредност угла изражава у часовима (h), минутима (m) и секундама (s). Важи: $1^h = 60^m$, $1^m = 60^s$. Полазна релација је следећа:

$$360° = 24^h.$$

Из ње се лако добијају следеће везе између појединих јединица за угао у геометријској и часовној мери:

$$\boxed{1^h = 15°,\ 1^m = 15',\ 1^s = 15'';\ 1° = 4^m,\ 1' = 4^s,\ 1'' = 0{,}0(6)^s}. \quad (1)$$

Заграда у последњој од ових једнакости означава бесконачно понављање цифре 6 у децималном запису броја.

Пример 1: Изразити угао од $10^h51^m14^s$ у геометријској мери.

♦Применом првих трију од једнакости (1) добија се:

$$\begin{aligned} 10^h51^m14^s &= 10 \cdot 15° + 51 \cdot 15' + 14 \cdot 15'' \\ &= 150° + 765' + 210'' \end{aligned} \quad (2)$$

$$[765 : 60] = 12°$$
$$765' - 12 \cdot 60' = 45'$$
$$[210 : 60] = 3'$$
$$210'' - 3 \cdot 60'' = 30''.$$

Уврштењем последње четири једнакости у (2) добија се коначан резултат:

$$\begin{aligned} 10^h51^m14^s &= 150° + 12° + 45' + 3' + 30'' \\ &= 162°48'30''.♦ \end{aligned}$$

Пример 2: Изразити угао од 47°5’59” у часовној мери.

♦Применом последњих трију од једнакости (1) добија се:

$$\begin{aligned} 47°5'59'' &= 47 \cdot 4^m + 5 \cdot 4^s + 59 \cdot 0{,}0(6)^s \\ &= 188^m + 20^s + 3{,}9(3)^s \end{aligned} \quad (3)$$

$$[188 : 60] = 3^h$$
$$188^m - 3 \cdot 60^m = 8^m$$

Уврштењем последње две једнакости у (3) добија се коначан резултат:

$$\begin{aligned} 47°5'59'' &= 3^h + 8^m + 23{,}9(3)^s \\ &= 3^h8^m23{,}9(3)^s.♦ \end{aligned}$$

Појам привидног положаја небеског тела

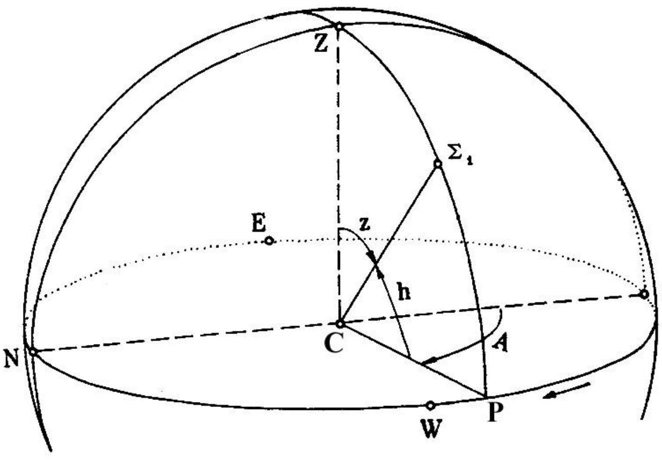
Како се за посматрача небеска тела пројектују на небеску сферу, то је најподесније њихов положај одредити у односу на неки сферни координатни систем чији је почетак у центру небеске сфере. Тако одређен положај је **привидан** јер представља положај ПРОЈЕКЦИЈЕ, а не самог небеског тела.

При томе нема потребе користити растојање тела од координатног почетка као једну од координата јер су за посматрача сва тела на сфери, дакле на једнаком растојању од координатног почетка. Преостају две угаоне координате, које се дефинишу у односу на основну раван и основни правац координатног система. Једна од њих је у основној равни, а једна у равни нормалној на основну. Теме обају ових углова је у координатном почетку, дакле центру небеске сфере.

У зависности од тога која се раван користи као основна постоји неколико координатних система. Овде ће бити поменута два – хоризонтски и екваторски (у два вида).

Хоризонтски координатни систем

У овом координатном систему основна раван је раван правог хоризонта SENW (Сл. 1). Основни правац је правац (од координатног почетка C) ка јужној S или северној N тачки хоризонта.



Слика 1: *Хоризонтски координатни систем.*

Једна координата тачке Σ_1 (нпр. звезде) је **азимут** (уобичајена ознака A) – угао у равни правог хоризонта чији један крак (CS, одн. CN) лежи на основном правцу, а други пролази кроз пресек P правог хоризонта и вертикала[1] тачке Σ_1 ближи тачки Σ_1. Азимут се мери од основног правца у РЕТРОГРАДНОМ смеру и за њега важи:

$$A \in [0, 360°].$$

Означимо азимут који се мери од правца CN ознаком A_n. Тада је веза између њега и оног (A) мереног од правца CS:

[1] **Вертикал** је круг небеске сфере чија раван садржи вертикалу.

$$A - A_n = 180°.$$

Друга координата тачке Σ_1 је **висина** (уобичајена ознака h) – угао у равни вертикала тачке Σ_1 чији један крак ($C\Sigma_1$) лежи на визури[2] на Σ_1, а други пролази кроз пресек P правог хоризонта и вертикала тачке Σ_1 ближи тачки Σ_1. Висина се мери од равни правог хоризонта у оба смера и за њу важи:

$$h \in [0, 90°]$$

на видљивој небеској полусфери, а

$$h \in [-90°, 0]$$

на невидљивој небеској полусфери.

Питање за Вас: која тачка на небеској сфери има висину 90°, а која – 90°?

Уместо висине често се користи њен комплемент – **зенитна даљина** (уобичајена ознака z). Дакле, веза између зенитне даљине и висине је:

$$h + z = 90°.$$

Зенитна даљина се мери у равни вертикала тачке Σ_1 од правца (CZ) ка зениту Z и за њу важи:

$$z \in [0, 180°].$$

Питање за Вас: која тачка на небеској сфери има зенитну даљину 0, а која 180°?

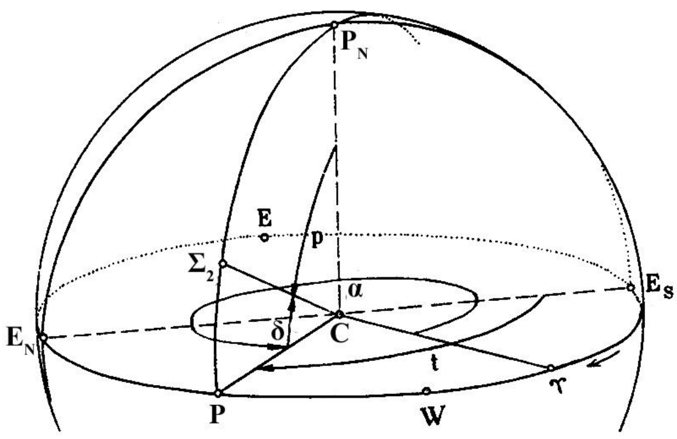
Како се хоризонтске координате дефинишу у односу на прави хоризонт, а како у једном тренутку свака тачка на Земљи има свој прави хоризонт, различит од свих других[3], то ће вредности хоризонтских координата исте тачке на небу у истом тренутку бити различите за сва места на Земљи. То значи да вредности хоризонтских координата зависе од места посматрања, па стога за хоризонтски координатни систем кажемо да је **месни**. Уз то, како у општем случају небески паралели заклапају неке углове са правим хоризонтом и како се азимут дефинише у односу на јужну, одн. северну тачку хоризонта, а које не учествују у ротацији небеске сфере, то ће за једно исто место на Земљи хоризонтске координате неке тачке на небу у различитим тренуцима бити различите, а то значи да оне зависе и од времена.

Питање за Вас: на којим местима на Земљи се висине тачака на небу не мењају током времена?

Месни екваторски координатни систем

У овом координатном систему основна раван је раван небеског екватора E_NWE_SE (Сл. 2). Основни правац је правац (од координатног почетка C) ка пресеку E_S небеског екватора са меридијаном $E_SP_NE_N$ на видљивој небеској полусфери.

Једна координата тачке Σ_2 (нпр. звезде) је **часовни угао** (уобичајена ознака t) – угао у равни небеског екватора чији један крак (CE_S) лежи на основном правцу, а други пролази кроз пресек P небеског екватора и часовног круга[4] тачке Σ_2 ближи тачки Σ_2. Часовни угао се мери од основног правца у РЕТРОГРАДНОМ смеру и за њега важи:



Слика 2: *Месни екваторски и небески екваторски координатни систем.*

$$t \in [0, 360°].$$

Друга координата тачке Σ_2 је **деклинација** (уобичајена ознака δ) – угао у равни часовног круга тачке Σ_2 чији један крак ($C\Sigma_2$) лежи на визури на Σ_2, а други пролази кроз пресек P небеског екватора и часовног круга тачке Σ_2 ближи тачки Σ_2. Деклинација се мери од равни небеског екватора у оба смера и за њу важи:

$$\delta \in [0, 90°]$$

на северној небеској полусфери, а

$$\delta \in [-90°, 0]$$

на јужној небеској полусфери.

Питање за Вас: која тачка на небеској сфери има деклинацију 90°, а која – 90°?

Уместо деклинације често се користи њен комплемент – **поларна даљина** (уобичајена ознака p). Дакле, веза између поларне даљине и деклинације је:

$$\delta + p = 90°.$$

Поларна даљина се мери у равни часовног круга тачке Σ_2 од правца ка северном небеском полу (CP_N) и за њу важи:

$$p \in [0, 180°].$$

Питање за Вас: која тачка на небеској сфери има поларну даљину 0, а која 180°?

Како се часовни угао дефинише у односу на меридијан, то ће за места са различитом географском дужином у истом тренутку и за исту тачку на небеској сфери он бити различит. Због тога је овај екваторски координатни систем месни. Деклинација се, пак, дефинише у односу на небески екватор, па како је он исти за сва места на Земљи, то ће деклинација неке тачке на небу у истом тренутку гледано из било ког места на Земљи имати исту вредност. Даље, због ротације небеске сфере, гледано са истог места на Земљи часовни угао исте тачке на небу ће се мењати током

[2] **Визура** на неку тачку на небеској сфери је права која спаја ту тачку са центром небеске сфере.

[3] У ствари, сваки пар међусобно антиподних тачака на Земљи има исти прави хоризонт, али су им видљиве небеске полусфере различите – оно што је за једну тачку видљива за њој антиподну је невидљива полусфера и обрнуто.

[4] Часовни круг је круг на небеској сфери чија раван садржи небеску поларну осу.

времена. Супротно томе, деклинација те тачке ће остати иста током времена јер се тачке на небеској сфери приликом њене ротације крећу паралелно небеском екватору. Дакле, часовни угао неке тачке зависи и од места посматрања (тачније, географске дужине) и од времена, док је њена деклинација непроменљива.

Небески екваторски координатни систем

Ако се у месном екваторском координатном систему за основни правац узме правац Cγ (Сл. 2) од центра небеске сфере ка тачки пролећне равнодневнице γ, тако добијени координатни систем се назива небески екваторски. У овом случају координата у основној равни се рачуна од тачке γ у ДИРЕКТНОМ смеру и назива се **ректасцензија** (уобичајена ознака α). За њу важи:

$$\alpha \in [0, 24^{h}].$$

Како тачка пролећне равнодневнице учествује у ротацији небеске сфере и како је она јединствена за све посматраче (тј. различита места) на Земљи, ректасцензија неке тачке на небеској сфери ће бити иста за све посматраче и у сваком тренутку. Значи, овај координатни систем није месни.

У осталим својим особинама небески екваторски координатни систем се не разликује од месног екваторског.

Звездане карте су приказане управо у небеском екваторском координатном систему, најчешће са средиштем у небеском полу, часовним круговима као правим линијама постављеним кроз пол и небеским паралелима као међусобно концентричним круговима са центром у полу.

Задаци

1. Изразити у часовној мери следеће углове: а) $24^{o}37'15''$, б) $117^{o}52'46''$, в) $-58^{o}16'29''$, г) $90^{o}00'07''$.

2. Изразити у геометријској мери следеће углове: а) $23^{h}48^{m}58^{s}$, б) $05^{h}18^{m}02^{s}$, в) $00^{h}27^{m}04^{s}$, г) $-32^{h}59^{m}55^{s}$.

3. Који угао је већи: 20^{o} или $1^{h}20^{m}$?

4. Колика је поларна даљина зенита за посматрача на географској ширини: а) 48^{o}, б) 90^{o}, в) -90^{o}, г) 0^{o}, д) -28^{o}?

5. Колика је зенитна даљина јужног небеског пола за поспосматраче на географским ширинама из претходног задатка?

6. Колика је деклинација звезде чија је висина у горњој кулминацији: а) 55^{o}, б) 15^{o}, в) -32^{o}? (Пажња! У случају а) постоје два подслучаја – урадити задатак за оба та подслучаја.)

7. Која је најмања деклинација коју нека звезда треба да има да би се видела из места чија је географска ширина: а) 45^{o}, б) 62^{o}, в) 90^{o}?

8. Нацртати небеску сферу пројектовану у раван: а) правог хоризонта, б) небеског екватора, в) меридијана, г) првог вертикала[5], д) часовног круга нормалног на меридијан.

9. Колика је висина Сунца ако је дужина сенке неког предмета на хоризонталној подлози једнака висини тог предмета?

[5] Први вертикал је вертикал чија је раван нормална на раван меридијана.

ПРЕТВАРАЊЕ СРЕДЊЕГ СУНЧЕВОГ И ЗВЕЗДАНОГ ВРЕМЕНА ЈЕДНОГ У ДРУГО

Звездано време

Тачка пролећне равнодневнице учествује у дневној ротацији небеске сфере. Временски систем установљен на дневном кретању ове тачке назива се **звездано време**.

Основна јединица овог система је **звездани дан** – временски период између двеју узастопних горњих кулминација тачке пролећне равнодневнице**.** Двадесет четврти део звезданог дана назива се **звездани час**, шездесети део звезданог часа **звездани минут**, а шездесети део звезданог минута **звездана секунда**.

Звездано време се мери часовним углом тачке пролећне равнодневнице, тако да је оно месно – разликује се за места са различитом географском дужином (зашто не и за места са различитом географском ширином?).

Право Сунце има компоненту кретања у директном смеру (која потиче од Земљине револуције), па је тако временски интервал између двеју узастопних горњих кулминација правог (па стога и средњег) Сунца нешто дужи него за тачку пролећне равнодневнице. То значи да је Звездани дан увек краћи од правог Сунчевог, па тако и од средњег Сунчевог дана.

Нека се у почетном тренутку право Сунце поклопило са тачком пролећне равнодневнице (кога датума се то дешава?). Тада се, по дефиницији, и средње Сунце налази у тој тачки. Након истека тропске године, дакле 365,2422 средња Сунчева дана, право Сунце, а са њим и средње, ће се опет поклопити са том тачком, али због своје компоненте кретања у директном смеру (коју има и средње Сунце) оно ће за то време достићи једну горњу кулминацију мање, као и средње Сунце, него та тачка, одн. у тропској години ће бити 365,2422 + 1 = 366,2422 звездана дана.

Поменимо овде једну корисну релацију. Нека су α и t редом ректасцензија и часовни угао неке тачке на небеској сфери у тренутку s звезданог времена. Тада важи:

$$\boxed{s = \alpha + t}.$$

Покушајте да докажете ову релацију.

Претварање интервала средњег Сунчевог и звезданог времена једног у други

Полазна чињеница је да тропска година садржи 365,2422 средња Сунчева дана, одн. 366,2422 звездана дана. Дакле, један средњи Сунчев дан има 366,2422/ /365,2422 = 1,003 звездана дана, а један звездани дан 365,2422/366,2422 = 0,997 средњих Сунчевих дана. Ови односи важе и за било који други интервал времена, а не само за један дан. Због тога, ако са Δt_{sr} означимо интервал времена изражен у јединицама средњег Сунчевог времена, а са Δt_{zv} исти тај интервал изражен у јединицама звезданог времена, биће:

$$\boxed{\Delta t_{sr} = 0.997\Delta t_{zv}} \text{ и } \boxed{\Delta t_{zv} = 1{,}003\Delta t_{sr}}. \qquad (4)$$

Користећи ове једнакости може се сваки временски интервал изражен у средњем Сунчевом времену исказати звезданим временом и обрнуто.

Пример 3: Претворити интервал средњег Сунчевог времена од $19^h27^m44^s$ у интервал звезданог времена.

♦У овом примеру је $\Delta t_{sr} = 19^h27^m44^s$. Изразимо га у секундама средњег Сунчевог времена:

$$\Delta t_{sr} = 19 \cdot 3600 + 27 \cdot 60 + 44 = 70\,064^s.$$

Сада искористимо другу од једнакости (4) и добијемо:

$$\Delta t_{zv} = 1{,}003\Delta t_{sr} = 1{,}003 \cdot 70\,064^s = 70\,274^s.$$

Дакле, наш интервал од 70 064 средње Сунчеве секунде има 70 274 звездане секунде. Да видимо колико ту има звезданих часова и минута:

$$[70\,274 : 3600] = 19^h$$
$$19 \cdot 3600 = 68\,400$$
$$70\,274 - 68\,400 = 1874$$
$$[1874 : 60] = 31^m$$
$$31 \cdot 60 = 1860$$
$$1874 - 1860 = 14^s.$$

Ето, коначно смо добили да дати интервал средњег Сунчевог времена износи у звезданом времену:

$$\Delta t_{zv} = 19^h31^m14^s.♦$$

Пример 4: Претворити интервал звезданог времена од $08^h59^m06^s$ у интервал средњег Сунчевог времена.

♦Водећи рачуна да је у овом примеру $\Delta t_{zv} = 08^h59^m06^s$ и користећи прву од једнакости (4), на потпуно аналоган начин као у првом примеру, добија се:

$$\Delta t_{sr} = 08^h57^m29^s.♦$$

Претварање тренутака средњег Сунчевог и звезданог времена једног у други

Изаберимо једно конкретно средње Сунчево време. Нека то буде светско време, јер се тренуци посматрања у аматерској пракси најчешће изражавају баш у том времену. Тренутак нашег посматрања у светском времену означимо са *TU*. Желимо да одредимо који је то тренутак звезданог времена *s*. Податак који се даје у астрономским ефемеридама је звездано време у Гриничу у претходну средњу гриничку поноћ ($TU = 0^h$) – означимо га са S_0. Звездано време s_G у Гриничу у тренутку нашег посматрања биће једнако збиру S_0 и интервала Δt_{zv} звезданог времена протеклог од претходне средње гриничке поноћи до тренутка посматрања *TU*, дакле:

$$s_G = S_0 + \Delta t_{zv}.$$

Δt_{zv} ће, на основу другог израза (4), бити:

$$\Delta t_{zv} = 1{,}003TU.$$

Заменом у претходни израз имаћемо:

$$s_G = S_0 + 1{,}003TU. \tag{5}$$

Разлика звезданих времена у нашем месту и Гриничу једнака је разлици географских дужина нашег места и Гринича. Дакле:

$$s - s_G = \lambda - \lambda_G,$$

где су λ и λ_G географске дужине нашег места посматрања и Гринича респективно. Како је $\lambda_G = 0$, из претходне једнакости следи:

$$s = s_G + \lambda.$$

Увршташањем s_G из (5) у овај израз коначно добијамо:

$$\boxed{s = S_0 + 1{,}003TU + \lambda}. \tag{6}$$

Обрнуто, ако је задат тренутак у звезданом времену *s*, а желимо да га изразимо у средњем Сунчевом (тј. светском, у нашем случају) времену *TU*, то ћемо урадити просто изразивши *TU* из израза (6):

$$\boxed{TU = 0{,}997(s - S_0 - \lambda)}. \tag{7}$$

Ако се у претходна два израза добије коначно негативна вредност, потребно је њој додати 24^h, а ако се добије вредност већа од 24^h, треба од ње одузети 24^h.

Веза између светског, средњоевропског (*CET*) и средњоевропског летњег (*CEST*) времена:

$$\boxed{TU = CET - 1^h = CEST - 2^h}. \tag{8}$$

Пример 5: Који тренутак звезданог времена одговара тренутку $21^h58^m25^s$ средњоевропског летњег времена 13. VIII 2002. за посматрача у Београду ($\lambda = 01^h21^m48^s$)?

♦За дати датум у астрономским ефемеридама налазимо $S_0 = 21^h25^m03^s$. На основу (8) је:

$$TU = CEST - 2^h = 21^h58^m25^s - 2^h = 19^h58^m25^s.$$

Ову вредност треба претворити у секунде, затим помножити са 1,003 и затим изразити опет преко часова, минута и секунди (на исти начин као у Примеру 3). Тако добијен износ, заједно са датим λ и горе наведеним S_0, уврсти се у (6) и добије:

$$s = 42^h48^m52^s.$$

Како је ова вредност већа од 24^h, од ње треба одузети 24^h и тако добити коначан резултат:

$$s = 18^h48^m52^s.♦$$

Пример 6: Ком тренутку средњоевропског времена одговара тренутак $05^h11^m04^s$ звезданог времена 9. IX 2002. за посматрача у Бања Луци ($\lambda = 01^h08^m44^s$)?

♦За дати датум у астрономским ефемеридама налазимо $S_0 = 23^h11^m30^s$. Ову вредност, као и задате λ и *s*, уврстимо у (7) и добијемо *TU* (при томе, као и у претходном примеру, прво збир у загради изразимо у секундама, затим га помножимо са 0,997 и затим опет изразимо преко часова, минута и секунди). На основу (8) биће:

$$CET = TU + 1^h.$$

Увршћењем добијеног *TU* у овај израз добијамо:

$$CET = -\ 18^h05^m43^s.$$

Како је ова вредност негативна потребно јој је додати 24^h, тако да је коначан резултат:

$$CET = 05^h54^m17^s.\blacklozenge$$

Задаци

10. Који је тренутак зонског времена у 15^h35^m CEST у месту чија је географска дужина: а) 0^o, б) 23^o, в) 107^o, г) 180^o, д) -72^o?

11. Географска дужина Београда је 1^h21^m. За колико се међусобно разликују средње Сунчево и зонско време у Београду?

12. Изразити у звезданом времену следеће интервале средњег Сунчевог времена: а) $24^h00^m00^s$, б) $17^h25^m38^s$.

13. Изразити у средњем Сунчевом времену следеће интервале звезданог времена: а) $24^h00^m00^s$, б) $09^h52^m15^s$.

14. Који је тренутак звезданог времена у $05^h33^m01^s$ CET 1. VI 2002. у Београду, ако је звездано време у Гриничу у средњу гриничку поноћ $S_0 = 16^h37^m14^s$?

15. Који је тренутак CEST у $23^h58^m59^s$ звезданог времена 25. VI 2002. у Београду, ако је звездано време у Гриничу у средњу гриничку поноћ $S_0 = 18^h11^m51^s$?

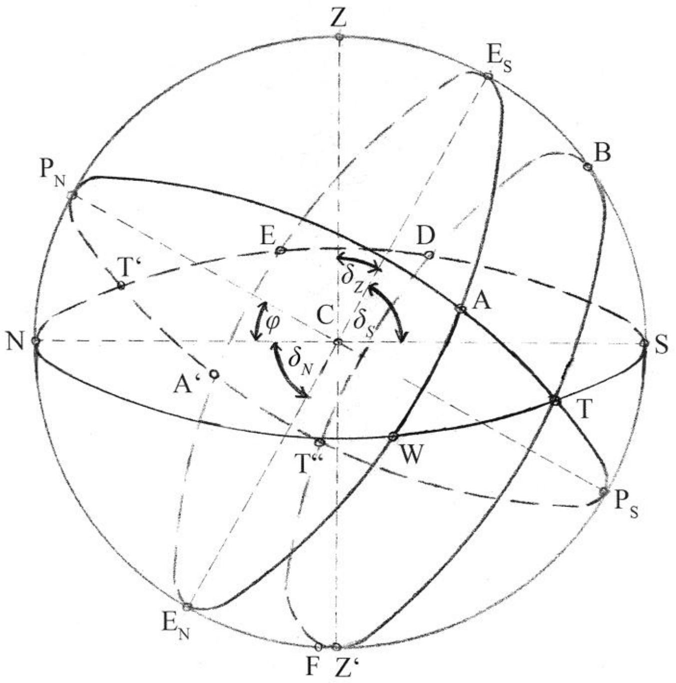
16. Који је тренутак звезданог времена ако су ректасцензија (α) и часовни угао (t) неке звезде: а) $\alpha = 02^h07^m56^s$, $t = 28^o56'20''$, б) $\alpha = 12^h18^m01^s$, $t = 15^h27^m45^s$?

ОДРЕЂИВАЊЕ ВИДЉИВЕ НЕБЕСКЕ ПОЛУСФЕРЕ

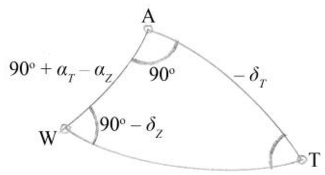
За планирање посматрања корисно је знати који део небеске сфере ће се видети у датом тренутку. Тај део небеске сфере је приближно ограничен правим хоризонтом. Дакле, потребно је одредити пројекцију правог хоризонта на звездану карту у жељеном тренутку. Део звездане карте унутар те пројекције представљаће видљиву небеску полусферу у том тренутку.

До пројекције правог хоризонта доћи ћемо тако што ћемо одредити пројекције неколико његових пресечних тачака са часовним круговима и небеским паралелима, а затим кроз њих повући линију. Дакле, оно што тражимо су ректасцензија α_T и деклинација δ_T пресечне тачке T (Сл. 3) правог хоризонта NWTSDEN са неким часовним кругом $P_NATP_ST''A'T'P_N$, одн. небеским паралелом TBDFT, у тренутку посматрања. Оно што нам је познато су географска ширина φ посматрачког места и тренутак посматрања s изражен у звезданом времену.

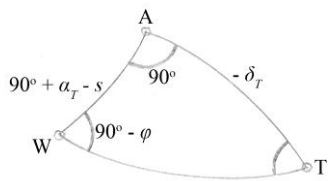
Посматрајмо сферни троугао AWT на Сл.3, чија је страница AW лук небеског екватора $WAE_SEA'E_NW$, страница WT лук правог хоризонта. а страница TA лук часовног круга. Величине страница и углова тог троугла приказане су на Сл. 4. Како је у случају на Сл. 3 тачка T јужно од небеског екватора, тј. има негативну деклинацију δ_T, то је дужина странице AT на Сл. 4 приказана као $-\delta_T$, како би имала позитивну вредност. α_Z и δ_Z су ректасцензија и деклинација, респективно, зенита Z у тренутку s. На основу познате везе:



Слика 3: *Небеска сфера са неким својим елементима. C – центар небеске сфере; N, W, S и E – редом северна, западна, јужна и источна тачка хоризонта; P_N и P_S – редом северни и јужни небески пол; Z – зенит; Z' – надир.*



Слика 4: *Троугао AWT са Слике 3.*



Слика 5: *Троугао AWT са Слике 4.*

$$s = \alpha + t,$$

у којој су α и t редом ректасцензија и часовни угао неке тачке на небу, па тако и зенита, у тренутку s, као и чињенице да је часовни угао зенита једнак нули јер је зенит Z у меридијану ($NP_NZE_SBSP_SZ'FE_NN$ на Сл. 3), имамо:

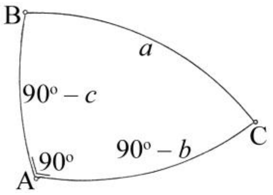
$$\boxed{\alpha_Z = s}. \qquad (9)$$

Са Сл. 3 је јасно да су углови NCP_N и E_SCZ једнаки (јер су им краци међусобно нормални), тј:

$$\boxed{\delta_Z = \varphi}. \qquad (10)$$

На основу последње две једнакости сферни троугао AWT са Сл. 4 је приказан на Сл. 5, на којој фигуришу познате (φ, s) и тражене (α_T, δ_T) величине. Како је тај троугао правоугли (угао у темену A је прав), применом Неперовог правила[6] на њега лако налазимо везу:

[6] Ако у правоуглом сферном троуглу ABC, са страницама AB = c, BC = a и CA = b, у коме је угао A прав, катете b и c заменимо њиховим комплементима $90° - b$ и $90° - c$ респективно (Сл. 6), а угао A не сматрамо елементом троугла, онда Неперово правило гласи: косинус сваког елемента троугла једнак је производу синуса супротних и производу котангенса суседних елемената. Ово је мнемоничко правило које служи лакшем памћењу израза који повезују елементе правоуглог сферног троугла.



Слика 6: *Уз Неперово правило (видети Фусноту 6).*

$$\cos[90° – (90° + \alpha_T – s)] = \mathrm{ctg}(90° – \varphi)\mathrm{ctg}[90° – (– \delta_T)],$$

одн, после сређивања:

$$\cos(s – \alpha_T) = – \mathrm{tg}\varphi\mathrm{tg}\delta_T. \qquad (11)$$

Тачке пресека правог хоризонта са часовним круговима налазимо тако што у израз (11) уврштавамо редом вредности α_T за изабране часовне кругове и за њих рачунамо из (11) вредности δ_T:

$$\boxed{\delta_T = – \mathrm{arctg}[\mathrm{ctg}\varphi\cos(s – \alpha_T)]}. \qquad (12)$$

Тачке пресека правог хоризонта са небеским паралелима налазимо тако што у израз (11) уврштавамо редом вредности δ_T за изабране небеске паралеле и за њих рачунамо из (11) вредности α_T:

$$\boxed{\alpha_T = s – \mathrm{Arccos}(– \mathrm{tg}\varphi\mathrm{tg}\delta_T), \quad \alpha_T \in [0, 24^h]}. \qquad (13)$$

Поред пројекције правог хоризонта корисно је одредити и пројекције нпр. северне, јужне, источне и западне тачке хоризонта на звездану карту у тренутку посматрања s, за што је потребно одредити небеске екваторске координате ових тачака.

Као што се са Сл. 3 види, узимајући у обзир (9) и (10), ректасцензије и деклинације ових тачака су:

$$\boxed{\begin{array}{c} \mathrm{N}(\alpha_N = s \pm 12^h, \delta_N = 90° – \varphi), \mathrm{S}(\alpha_S = s, \delta_S = \varphi – 90°), \\ \mathrm{E}(\alpha_E = s + 6^h, \delta_E = 0), \mathrm{W}(\alpha_W = s – 6^h, \delta_W = 0). \end{array}} \qquad (14)$$

Пример 7: Одредити на приложеној звезданој карти (Сл. 7) видљиву небеску полусферу у тренутку звезданог времена $s = 10^h$ за посматрача на географској ширини φ = = 45°.

♦На основу израза (12) одреде се пресечне тачке правог хоризонта са часовним круговима – резултати су дати у Таб. 1, а на основу (13) пресечне тачке са небеским паралелима – резултати су дати у Таб. 2. Наведени су пресеци са оним часовним круговима и небеским паралелима који су приказани на датој карти. Обратити пажњу на то да постоје по две пресечне тачке са небеским паралелима, а да са некима нема пресечних тачака. Добијене пресечне тачке су на Сл. 7 приказане ознаком „×”.

На основу (14) означе се на карти северна, јужна, источна и западна тачка хоризонта.

Кроз тако одређене тачке N, S, E и W повуче се крива, која представља пројекцију правог хоризонта на карту за дате s и φ.

Ако је поптребно може се означити и зенит Z, на основу (9) и (10), а може се уцртати и пројекција меридијана, као дуж NS.♦

α_T[h]	δ_T[°]
0	41
1	35
2	27
3	15
4	0
5	– 15
6	– 27
7	– 35
8	– 41
9	– 44
10	– 45
11	– 44
12	– 41
13	– 35
14	– 27
15	– 15
16	0
17	15
18	27
19	35
20	41
21	44
22	45
23	44

Таблица 1 (лево): *Пресечне тачке правог хоризонта са датим часовним круговима.*

δ_T[°]	α_T[h, m]	
– 40	7 48	12 12
– 20	5 25	14 35
0	4 00	16 00
20	2 35	17 25
40	0 12	19 48
60	–	–

Таблица 2 (горе): *Пресечне тачке правог хоризонта са датим небеским паралелима.*

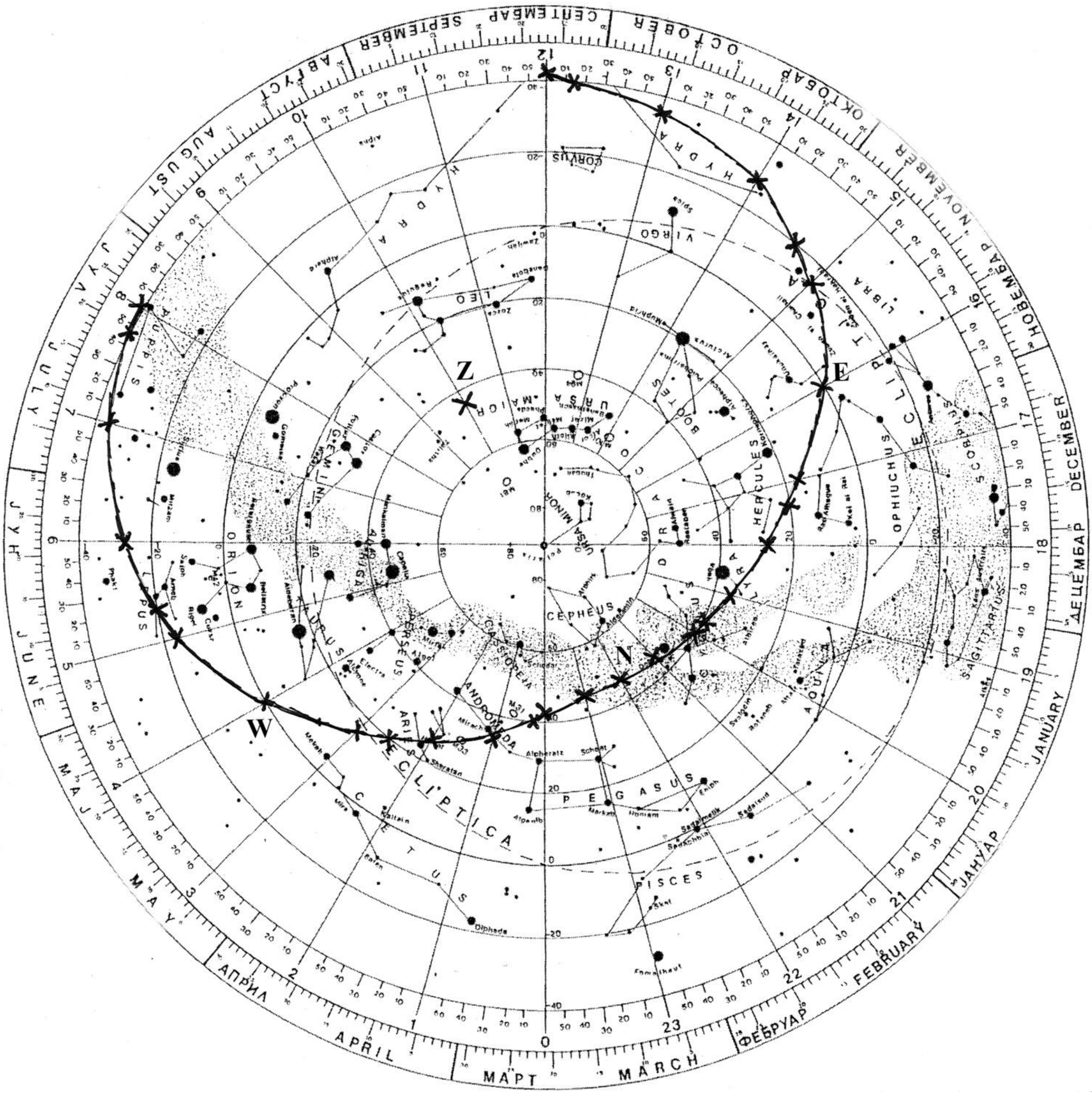
НАПОМЕНА: Нема потребе пројекцију правог хоризонта уцртавати на саму небеску карту. Довољно је то учинити на горе описани начин на неком провидном материјалу (нпр. паус папиру), постављеном преко небеске карте. Тако добијени шаблон се може затим користити за ту карту и у свим другим ситуацијама (различито s) – али под условом да се не мења φ (!) – водећи рачуна (према (14)) само о положају неких карактеристичних тачака (N и S, одн. E и W). За свако другачије φ мора да се црта други шаблон.

Задаци

17. Одредити који се део небеске сфере види из Београда у тренуцима времена из задатака 14 и 16. Географска ширина Београда је 45°.

18. Да ли се из Београда видео Јупитер дана 15. VI 2002. у 22^h50^m CET? За тај датум је $S_0 = 17^h32^m26^s$, а небеске екваторске координате Јупитера: $\alpha = 07^h20^m$, $\delta = 22°26'$.

Слика 7 (следећа страна): *Пројекција правог хоризонта на звездану карту.*


Z
E
N
W
ECLIPTICA
URSA MAIOR
URSA MINOR
CEPHEUS
CASSIOPEIA
ANDROMEDA
PERSEUS
AURIGA
GEMINI
ORION
TAURUS
LEPUS
PUPPIS
HYDRA
CORVUS
LEO
VIRGO
LIBRA
BOOTES
HERCULES
LYRA
OPHIUCHUS
SCORPIUS
SAGITTARIUS
AQUILA
PEGASUS
PISCES
CETUS
ARIES
MARCH
MAPT
APRIL
АПРИЛ
MAY
МАЈ
JUNE
ЈУН
JULY
AUGUST
АВГУСТ
SEPTEMBER
СЕПТЕМБАР
OCTOBER
ОКТОБАР
NOVEMBER
НОВЕМБАР
DECEMBER
ДЕЦЕМБАР
JANUARY
ЈАНУАР
FEBRUARY
ФЕБРУАР